

ĐỀ 34**Câu 1.** (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

b) Cho hệ phương trình (I)
$$\begin{cases} 3x + my = 5 \\ mx - y = 1 \end{cases}$$
. Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất thỏa mãn:
$$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Câu 2. (3 điểm)

1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc hai một ẩn?

$$2x + 4 = 0 \quad 3x + y = -4 \quad 4x^2 - 2y = 5 \quad x^2 - 2x + 5 = 0$$

2. Cho phương trình: $x^2 + (2m - 3)x + m^2 - 2m = 0$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = -1$

b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.

Câu 3. (1,5 điểm) Do ảnh hưởng của dịch Covid – 19, những người nông dân của tỉnh Hải Dương không tiêu thụ được nông sản. Vì vậy người dân miền Bắc đã chung tay “Giải cứu nông sản Hải Dương”. Số tiền mua 1kg bắp cải và 1 kg khoai tây giá 13 nghìn đồng. Số tiền mua 8kg bắp cải và 9kg khoai tây là 114 nghìn đồng. Hỏi giá tiền mỗi kg bắp cải và mỗi kg khoai tây là bao nhiêu? (biết rằng mỗi kg bắp cải có giá như nhau và mỗi kg khoai tây có giá như nhau).

Câu 4. (4 điểm) Cho điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến $MA; MB$ với đường tròn đó ($A; B$ là tiếp điểm). Qua A kẻ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn $(O; R)$ tại C . Nối MC cắt đường tròn $(O; R)$ tại D . Tia AD cắt MB tại E .

a, Chứng minh $MAD = DCA$

b, Kẻ phân giác của EBD cắt đường tròn (O) tại K . Chứng minh $KB = KD$.

c, Chứng minh $EM = EB$

d, Xác định vị trí của M để $BD \perp MA$.

ĐÁP ÁN

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

b) Cho hệ phương trình (I)
$$\begin{cases} 3x + my = 5 \\ mx - y = 1 \end{cases}$$
. Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất thỏa mãn:
$$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Lời giải

a) Ta có
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 4x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (1, 1)$

b) Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \frac{3}{m} \neq \frac{m}{-1} \Leftrightarrow m^2 \neq -3$ (luôn đúng)

Hệ (I)
$$\begin{cases} 3x + my = 5(1) \\ mx - y = 1(2) \end{cases}$$

Từ (2) $\Rightarrow y = mx - 1$, thay vào (1) ta được:

$$3x + m(mx - 1) = 5 \Leftrightarrow (m^2 + 3)x = m + 5 \Leftrightarrow x = \frac{m + 5}{m^2 + 3}$$

Suy ra $y = m \frac{m + 5}{m^2 + 3} - 1 = \frac{5m - 3}{m^2 + 3}$

Ta có:
$$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m + 5}{m^2 + 3} < 0 \\ \frac{5m - 3}{m^2 + 3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 5 < 0 \\ 5m - 3 > 0 \end{cases} \text{ (do } m^2 + 3 > 0 \text{)} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \\ m > \frac{3}{5} \end{cases} \text{ (vô lý)}$$

Vậy không tồn tại m để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn:
$$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Câu 2. (3 điểm)

1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc hai một ẩn?

$$2x + 4 = 0 \quad 3x + y = -4 \quad 4x^2 - 2y = 5 \quad x^2 - 2x + 5 = 0$$

2. Cho phương trình: $x^2 + (2m - 3)x + m^2 - 2m = 0$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = -1$

b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm

Lời giải

1. Phương trình bậc hai một ẩn là $x^2 - 2x + 5 = 0$ với $a = 1, b = -2, c = 5$

2.

a) với $m = -1$, phương trình đã cho trở thành $x^2 - 5x + 3 = 0$

Ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4.1.3 = 13 > 0$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ x_2 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

b) Ta có: $\Delta = (2m - 3)^2 - 4(m^2 - 2m) = -4m + 9$

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow -4m + 9 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{9}{4}$

Câu 3. (1,5 điểm) Do ảnh hưởng của dịch Covid – 19, những người nông dân của tỉnh Hải Dương không tiêu thụ được nông sản. Vì vậy người dân miền Bắc đã chung tay “Giải cứu nông sản Hải Dương”. Số tiền mua 1kg bắp cải và 1 kg khoai tây giá 13 nghìn đồng. Số tiền mua 8kg bắp cải và 9kg khoai tây là 114 nghìn đồng. Hỏi giá tiền mỗi kg bắp cải và mỗi kg khoai tây là bao nhiêu? (biết rằng mỗi kg bắp cải có giá như nhau và mỗi kg khoai tây có giá như nhau).

Lời giải

Gọi giá tiền mỗi kg bắp cải và mỗi kg khoai tây lần lượt là x (nghìn đồng), y (nghìn đồng). (ĐK: $x > 0, y > 0$)

Số tiền mua 1kg bắp cải và 1 kg khoai tây là 13 nghìn đồng, ta có phương trình:

$$x + y = 13 \quad (1)$$

Số tiền mua 8kg bắp cải và 9kg khoai tây là 114 nghìn đồng, ta có phương trình:

$$8x + 9y = 114 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 13 \\ 8x + 9y = 114 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 9y = 117 \\ 8x + 9y = 114 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x + y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases}$

Đối chiếu điều kiện bài toán ta thấy x, y thỏa mãn

Vậy giá tiền mỗi kg bắp cải và mỗi kg khoai tây lần lượt là 3 nghìn đồng, 10 nghìn đồng.

Câu 4. (4 điểm) Cho điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến $MA; MB$ với đường tròn đó ($A; B$ là tiếp điểm). Qua A kẻ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn $(O; R)$ tại C . Nối MC cắt đường tròn $(O; R)$ tại D . Tia AD cắt MB tại E .

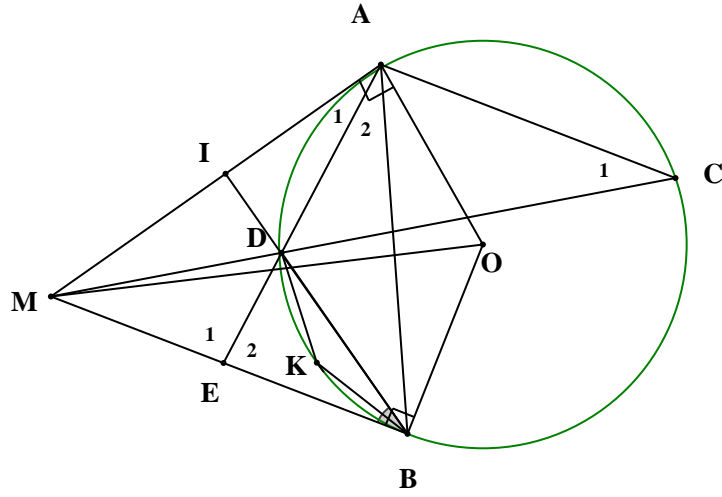
a, Chứng minh $MAD = DCA$

b, Kẻ phân giác của EBD cắt đường tròn (O) tại K . Chứng minh $KB = KD$.

c, Chứng minh $EM = EB$

d, Xác định vị trí của M để $BD \perp MA$.

Lời giải



a, Xét đường tròn (O) , ta có:

- $MAD = \frac{sđ AD}{2}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung chắn cung AD)

- $DCA = \frac{sđ AD}{2}$ (góc nội tiếp chắn cung AD)

$\Rightarrow MAD = DCA$.

b,- Ta có $EBK = DBK$ (BK là phân giác của EBD).

Mặt khác $EBK = KDB$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BK)

Nên $DBK = KBD \Rightarrow \Delta KBD$ cân tại K

$\Rightarrow KB = KD$.

c, Xét ΔEBD và ΔEAB có :

BED chung

$EBD = EAB$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BD)

$\Rightarrow \Delta EBD \sim \Delta EAB (g - g)$

$\Rightarrow \frac{EB}{EA} = \frac{ED}{EB} \Rightarrow EB^2 = EA \cdot ED$ (1)

Ta có $EAM = ACM$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AD)

Mặt khác $AC \parallel MB \Rightarrow ACM = EMD$ (hai góc so le trong)

Suy ra, $EMD = MAE$

Xét ΔEMD và ΔEAM có:

MED chung

$EMD = MAE$

$\Rightarrow \Delta EMD \sim \Delta EAM (g - g)$

$\frac{EM}{EA} = \frac{ED}{EA} \Rightarrow EA^2 = ED \cdot EA$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $EB^2 = EM^2 \Rightarrow EM = EM$.

d, Gọi I là giao của DB và MA .

Ta có $\triangle EMD \sim \triangle EAM \Rightarrow \angle EMD = \angle EAM$

Mà $\angle ADC = \angle EDM$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \angle ADC = \angle EAM$

$\Rightarrow \angle ADC + \angle A_2 = \angle EAM + \angle MBI$ (vì $\angle A_2 = \angle MBI$)

Vì $BD \perp MA$ nên $\angle ADC + \angle A_2 = \angle EAM + \angle MBI = 90^\circ \Rightarrow MD \perp AB$.

Khi đó D là trực tâm của $\triangle MAB \Rightarrow AE \perp MB$

Mặt khác E là trung điểm của $MB \Rightarrow \triangle MAB$ cân tại A .

Mà $MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Nên $\triangle MAB$ là tam giác đều

$\Rightarrow \angle AMB = 60^\circ \Rightarrow \angle AMO = 30^\circ$

$\Rightarrow MO = 2.OA = 2R$.

Vậy khi M cách O một khoảng bằng $2R$ thì $BD \perp AM$.